Лекция 16. Излучение электромагнитных волн.

Излучение электромагнитных волн ускоренно движущимися зарядами и диполем.

Векторные потенциалы.

Рассмотрим систему уравнений Максвелла

$$div\vec{D} = \rho,\ rot\left(\vec{E}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\ div\vec{B} = 0,\ rot\left(\vec{H}\right) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

В вакууме $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$, $D = \varepsilon_0\vec{E}$.

Т.к. всегда $div\left(\vec{B}\right) = 0$, то существует векторное поле $\vec{A}$, такое, что выполняется равенство $\vec{B} = rot\vec{A}$, поэтому также выполняется $rot\left(\vec{E}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial rot\vec{A}}{\partial t} = -rot\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$. Откуда $rot\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0$, следовательно $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = grad\left(f\right)$ (т.к. $rot\left(grad\left(f\right)\right) = \vec{0}$).

Обозначим $f = -\varphi$, тогда $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -grad\varphi$ или $\vec{E} = -grad\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$.

Из теоремы Гаусса $div\vec{D} = \rho$ следует $\varepsilon_0 div\left(-grad\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \rho$, т.е.

$div\left(grad\varphi\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} - div\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$ или, с учётом обозначения $div\left(grad\varphi\right) = \Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} - \frac{\partial}{\partial t}\left(div\vec{A}\right).$$

Из $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$ и $\mu_0 rot\left(\vec{H}\right) = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ следует $rot\left(rot\vec{A}\right) = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(-grad\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$ или

$grad\left(div\left(\vec{A}\right)\right) - \Delta\vec{A} = \mu_0\vec{j} - grad\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}$, откуда

$$-\Delta\vec{A} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \mu_0\vec{j} - grad\left(div\left(\vec{A}\right) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

Таким образом, исходную систему *четырех* уравнений с помощью введённых величин можно записать в виде системы *двух* уравнений

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} - \frac{\partial}{\partial t}\left(div\vec{A}\right),$$

$$-\Delta\vec{A} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \mu_0\vec{j} - grad\left(div\left(\vec{A}\right) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

Далее, <u>необходимо</u> наложить *дополнительные условия* на введённые величины.

Пусть выполняется условие *калибровки Лоренца*

$$div\left(\vec{A}\right)+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0.$$

Тогда из первого уравнения следует, что

$$\Delta\varphi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}-\frac{\partial}{\partial t}\left(div\vec{A}\right)=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}-\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2},$$

и получаем систему волновых уравнений

$$\begin{cases}\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\Delta\vec{A}=\mu_0\vec{j}\\ \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\Delta\varphi=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\end{cases}.$$

Т.е. вектор $\vec{A}$ и функция φ *одновременно* являются решениями волновых уравнений.

Решения этой системы имеют вид

$$\vec{A}(\vec{r})=\iiint\limits_{V'}\frac{\vec{j}\left(t-\dfrac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV',\ \varphi(\vec{r})=\iiint\limits_{V'}\frac{\rho\left(t-\dfrac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV',$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор точек области, где определяются величины $\vec{A}$ и φ, $\vec{r}'$ - радиус-вектор точек области V', где задано распределение вектора плотности тока $\vec{j}$ и объёмной плотности заряда ρ. Запись $\vec{j}\left(t-\dfrac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)$ и $\rho\left(t-\dfrac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)$ означает, что указанные величины берутся с учётом времени запаздывания - времени распространения сигнала от точки, заданной радиус-вектором $\vec{r}'$ до точки, заданной радиус-вектором $\vec{r}$. Скорость распространения сигнала $c=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$.

Замечание. Возможны и дальнейшие преобразования уравнений. Например, если предположить *дополнительно* существование такого векторного поля $\vec{\Pi}$, что выполняется система равенств $\varphi=-div\left(\vec{\Pi}\right)$, $\vec{A}=\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{\Pi}}{\partial t}$, то условие калибровки Лоренца выполняется автоматически. Такое векторное поле называется полем *Герца*.

Замечание. Условие калибровки Лоренца <u>не является единственно возможным</u>. Например, для системы уравнений

$$\Delta\varphi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}-\frac{\partial}{\partial t}\left(div\vec{A}\right),$$

$$-\Delta\vec{A} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \mu_0\vec{j} - grad\left(div\left(\vec{A}\right) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)$$

можно сформулировать *кулоновское* условие калибровки – считать, что $div\left(\vec{A}\right)=0$. Тогда, функция φ приобретает смысл потенциала электростатического поля, т.к. для неё выполняется равенство (уравнение Пуассона)

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Если ввести вектор плотности *полного тока*

$$\vec{j}_П = \vec{j} - grad\left(\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right),$$

то получаем закон сохранения электрического заряда

$$div\left(\vec{j}_П\right) = div\left(\vec{j}\right) - div\left(grad\left(\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\right) = div\left(\vec{j}\right) - \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}div\left(grad\left(\varphi\right)\right) = div\left(\vec{j}\right) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0.$$

И векторная величина $\vec{A}$ будет являться решением волнового уравнения

$$\Delta\vec{A} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} - \mu_0\vec{j}_П.$$

Замечание. Условие калибровки Лоренца удобно для записи системы уравнений Максвелла в *релятивистки* инвариантном виде.♣

Излучение электромагнитных волн.

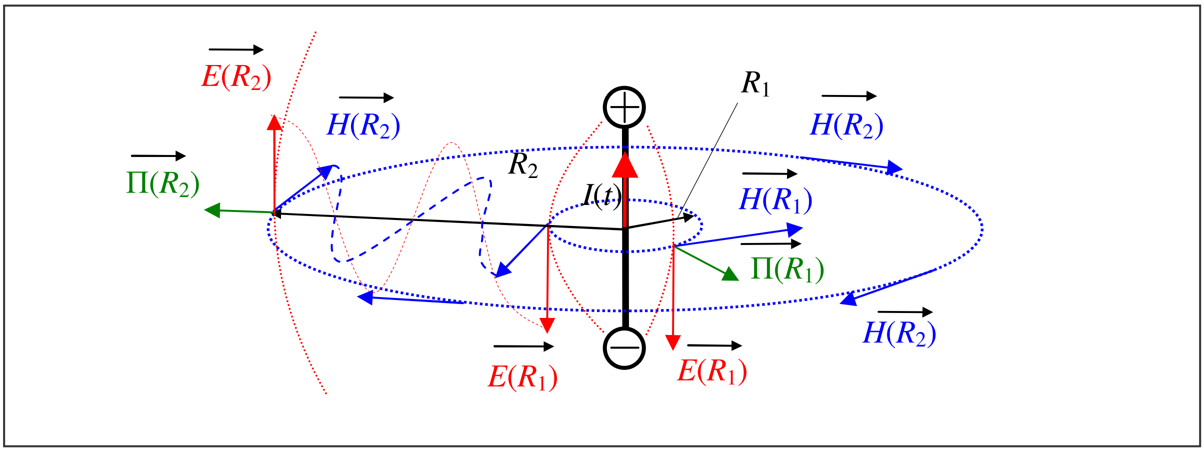
Как показывает опыт, электрические заряды, движущиеся с ускорением, излучают электромагнитные волны.

Ускоренное движение электрических зарядов наблюдается, например, при протекании переменного тока в проводниках. Следовательно, переменный электрический ток должен создавать в окружающем пространстве электромагнитные волны.

Для создания (и приёма) электромагнитных волн используют, в частности устройства, содержащие колебательный контур, состоящий, как известно, из катушки индуктивности конденсатора. Частота волны в этом случае равна частоте контура.

Рассмотрим небольшой прямолинейный проводник с переменным током. Т.к. по проводнику протекает ток, то на концах проводника будут накапливаться положительный и отрицательный заряды. Но ток переменный, поэтому заряды тоже будут переменными. (Получаем аналогию с диполем, заряды которого меняются во времени.)

Направление вектора напряжённости магнитного поля вблизи проводника согласовано с направлением тока правилом правого винта. При этом вблизи проводника направление вектора $\vec{H}$ будет практически сразу реагировать на изменение направления тока. Но, т.к. скорость распространения изменения параметров электромагнитного поля равна скорости света, и поэтому ограничена, то на больших расстояниях направление $\vec{H}$ не сразу изменится и в данный момент времени будет направлено по предыдущему направлению тока. Аналогично для направления вектора напряжённости $\vec{E}$ электрического поля. Таким образом, в окружающем пространстве



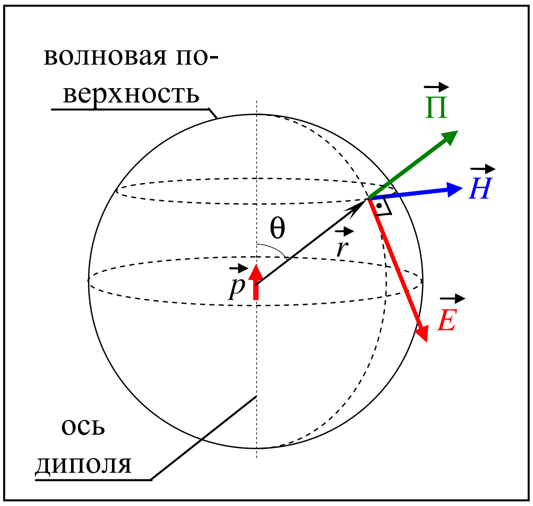
будут наблюдаться переменные магнитное и электрическое поля. На больших расстояниях вектор Пойнтинга у такого электромагнитного поля направлен наружу, т.е. поток энергии направлен наружу от проводника.

Вибратор Герца (*диполь Герца, антенна Герца*) — простейшая система для получения электромагнитных колебаний - электрический диполь, дипольный момент которого быстро изменяется во времени. Технический эквивалент — небольшая антенна, размер которой много меньше длины волны.

Назван по имени Генриха Герца (Генрих Рудольф Герц (1857 - 1894) — немецкий физик), который использовал подобное устройство в качестве излучающей и приёмной антенн в своих опытах, подтвердивших существование электромагнитных волн.

Рассмотрим колеблющийся диполь, у которого вектор электрического дипольного момента меняется во времени $\vec{p} = \vec{p}(t)$. В этом случае решение системы уравнений Максвелла (записанных с помощью *векторных потенциалов*) показывает, что в окружающем пространстве будут создаваться электромагнитные волны. Диполь называется *элементарным*, если длин волны излучения λ много больше длины диполя l.

При этом все пространство вокруг диполя можно условно разделить на две части – ближнюю и дальнюю (*волновую*) зоны. В ближней зоне картина излучения сложная, энергия постоянно перекачивается от излучателя в окружающее пространство и обратно.



Зоной излучения является волновая зона. Для неё $r \gg \lambda$. В волновой зоне волновой поверхностью является сфера. Вектор $\vec{E}$ направлен по касательной к меридианам этой поверхности, а вектор $\vec{H}$ - по касательной к параллелям. , т.е. $\vec{E} \perp \vec{H}$, а вектор Пойнтинга $\Pi = \vec{E} \times \vec{H}$ направлен по радиусу наружу. Амплитуды векторов обратно пропорциональны расстоянию от диполя

$$E_0 \sim \frac{1}{r} \sin\theta, \; H_0 \sim \frac{1}{r} \sin\theta$$

где θ - азимутальный угол (угол между осью диполя и радиус вектором $\vec{r}$)

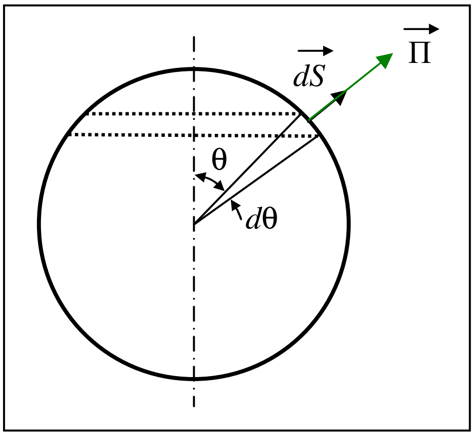
Соотношения между амплитудами в сферической волне такие же как и для плоской волны

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}.$$

Величина вектора Пойнтинга $\Pi \sim \frac{\sin^2\theta}{r^2}$ обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Следовательно, в направлении оси диполя (т.е. $\theta=0$) нет излучения, а в перпендикулярном направлении ($\theta=90^0$) излучение максимальное.

Пример. Найдём зависимость мощности излучения диполя от расстояния в волновой зоне.



Мощность излучения равна потоку вектора Пойнтинга, например, через сферу радиуса $R \gg \lambda$, внутри которой находится диполь $N = \oiint_S \left(\vec{\Pi}, d\vec{S}\right)$.

На поверхности сферы векторы $d\vec{S}$ и Π сонаправлены в каждой точке. Т.к. $\Pi \sim \frac{\sin^2\theta}{R^2}$, то при θ=const величина Π не меняется, поэтому на поверхности выделим тонкое кольцо, отсекаемое двумя конусами, выходящими из центра сферы под углами θ и $\theta+d\theta$ к оси диполя. Площадь этого кольца $dS_K = 2\pi R \sin\theta \cdot R d\theta$, откуда

$$N = \oiint_S \left(\vec{\Pi}, d\vec{S}\right) = \oiint_S \Pi dS_K \sim \int_0^{\pi} \frac{\sin^2\theta}{R^2} 2\pi R \sin\theta \cdot R d\theta, \; N \sim \left(-2\pi \int_0^{\pi} \left(1-\cos^2\theta\right) d\left(\cos\theta\right)\right) = \frac{8}{3}\pi$$

т.е. поток вектора Пойнтинга через сферу, в центре которой находится диполь, не зависит от расстояния до диполя $\oiint_S \left(\vec{\Pi}, d\vec{S}\right) = const$.♣

Следовательно, общая мощность излученной электромагнитной волны (в вакууме) не меняется с расстоянием – через любую замкнутую поверхность (в волновой зоне), охватывающую диполь, за равные промежутки времени проходит одинаковое количество энергии. Мощность излучения элементарного диполя определяется выражением

$$N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{3c^3}\left(\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right)^2.$$

В частности, когда один из зарядов покоится , а второй вращается вокруг него с угловой скоростью ω, получаем, что $\frac{d^2\vec{p}}{dt^2} = -\omega^2\vec{p}$. Но $\vec{p} = q\vec{l}$, $\frac{d^2\vec{p}}{dt^2} = -q\omega^2\vec{l}$, тогда

$$N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2}{3c^3}\omega^4 l^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2}{3c^3}a_n{}^2,$$

где $a_n = \omega^2 l$ - нормальное ускорение вращающегося заряда. Оказывается, что эту формулу можно обобщить. Мощность излучения (при небольших величинах ускорения a)

$$N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2}{3c^3}\vec{a}^2.$$

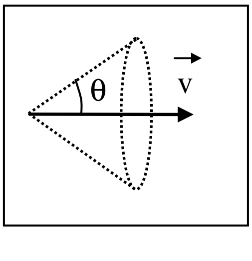
При этом заряженная частица теряет энергию, поэтому на заряженную частицу действует сила, называемая силой *радиационного трения*, величина которой определяется производной от ускорения

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2}{3c^3}\frac{d\vec{a}}{dt}.$$

Замечание. Механическая модель атома состоит из тяжёлого положительно заряженного ядра и лёгких отрицательно заряженных электронов, вращающихся вокруг него. Следовательно, электроны в этой модели движутся с ускорением, поэтому атом должен терять энергию на излучение. И, в конце концов, электроны должны упасть на ядро. Т.е. механическая модель атома является неустойчивой. В этом заключается неустранимая проблема классического описания строения атома. Данное противоречие отсутствует в квантовой механике.

Эффект Вавилова-Черенкова

Излучение Вавилова-Черенкова возникает при *равномерном* движении заряда в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света $v > \frac{c}{n}$ в этой среде. Частица теряет энергию и тормозится. В излучении преобладают короткие волны. Оно испускается не по всем направлениям, а лишь вдоль образующей конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы



$\cos\theta = \frac{c}{nv}$.

Это явление широко используется в науке и технике.

Источники электромагнитного излучения можно разделить на естественные и искусственные.

Искусственными источниками являются устройства по генерации радиоволн, светового и теплового излучения. Это излучение генерируется при подводе к системе энергии. При прекращении подвода энергии излучение, в основном, прекращается.

Естественными источниками электромагнитного излучения являются протекающие физические и химические природные процессы.

Например, процессы горения, а также термоядерные процессы в звёздах и т.д., или атмосферные явления (молнии).

Излучение заряженных частиц при движении в магнитном поле планет.

Люминесценция (нетепловое свечение вещества, происходящее после поглощения им энергии возбуждения).

И т.д. и т.п.

При исчерпании запаса энергии в системе такие типы излучения прекращаются.

Однако существует электромагнитное излучение всех без исключения тел, которое не может прекратиться. Это естественное излучение, вызванное тепловым движением (колебаниями) атомов и молекул, которое называется *тепловым излучением*. Особенностью теплового излучения является то, что оно происходит во всём диапазоне длин волн, а также возможность наступления теплового равновесия в замкнутой системе между излучением и телами.

Свойства естественного излучения.

Естественное излучение можно разделит на *спонтанное* и *вынужденное*.

При спонтанном излучении каждый атом (молекула) испускает электромагнитные волны самопроизвольно, не согласовано с другими атомами (спонтанно). При этом частота испускаемой волны, её фаза, направление распространения, поляризация определяется только состоянием атома.

При вынужденном (индуцированном) излучении атом испускает волну под воздействием внешнего излучения. Особенностью такого излучения является то, что испускаемые волны имеют частоту, фазу, направление и поляризацию такую же как и у внешнего излучения.

В естественных источниках относительная доля вынужденного излучения мала по сравнению с долей спонтанного излучения.

Преобладание доли индуцированного излучения над спонтанным излучением удалось добиться в устройствах по генерации излучения – мазерах и лазерах.

Процесс испускания атомом вещества электромагнитной волны длится, в среднем, около 10^{-8} с. За это время испускается отрезок волны, называемый цугом, длиной около 3 м. В испущенной волне частота не является постоянной, а меняется в небольшом интервале, который называют естественной шириной спектральной линии. Кроме того, в процессе испускания волны на атом действует сила реакции (отдачи) со стороны волны, что приводит к изменению импульса атома, а это, в свою очередь, по эффекту Доплера меняет частоту волны в процессе испускания. Всё это говорит о том, что испущенная волна не является строго монохроматичной.

Немонохроматичную волну можно, с помощью преобразований Фурье, представить в виде суперпозиции нескольких монохроматичных волн с разными частотами, поведение которых уже было рассмотрено. Набор монохроматических волн с близкими частотами, которые при суперпозиции образую единую волну (вообще говоря, немонохроматичную), принято называть волновым пакетом.

Замечание. Применение электромагнитных волн в качестве сигнала возможно, если удастся эту волну не только испустить, но и зарегистрировать. Однако если бы волна была строго монохроматичной, а значит и бесконечной по протяжённости, то её нельзя было бы выделить среди других подобных волн. Поэтому немонохроматичность волны и её ограниченность являются необходимым условием применения её в качестве сигнала. Но подобную волну можно представить как суперпозицию монохроматичных волн с близкими частотами. Как известно, подобная суперпозиция приводит к явлению, которое называется биением. Амплитуда колебаний в каждой точке пространства, где распространяется подобная волна, в случае биений должна меняться с течением времени – от нулевой до некоторой максимальной и затем, наоборот, уменьшаться. Именно изменение амплитуды и поддаётся регистрации в качестве сигнала. Т.е. сигнал распространяется со скоростью равной скорости движения максимума суммарной амплитуды суперпозиции волн.