Лекция 11. Магнитное поле в веществе.

Намагниченность вещества. Вектор напряжённости магнитного поля и его связь с векторами индукции и намагниченности. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Поле на границе раздела магнетиков. Физическая природа диа- и парамагнетизма. Ферромагнетики.

Опыт показывает, что в веществе магнитное поле изменяется по сравнению с магнитным полем в вакууме $\vec{B}_0$. Всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля приобретать магнитные свойства (намагничиваться). При этом вещество создаёт собственное магнитное поле $\vec{B}'$, поэтому по принципу суперпозиции в веществе

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

На микроскопическом масштабе внутри вещества магнитное поле сильно изменяется и в пространстве и во времени, поэтому при описании рассматриваются *усреднённые величины*. По классическим представлениям, предложенным Ампером, в веществе циркулируют микроскопические круговые токи (атомарные и молекулярные токи), каждый из которых создаёт в окружающем пространстве магнитное поле. В отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты этих токов ориентированы хаотически и их векторная сумма в физически малом объёма равна нулю. При внесении магнетика в магнитное поле магнитные моменты микроскопических токов ориентируются в определённом направлении, поэтому в целом суммарный дипольный момент такого объёма уже не равен нулю.

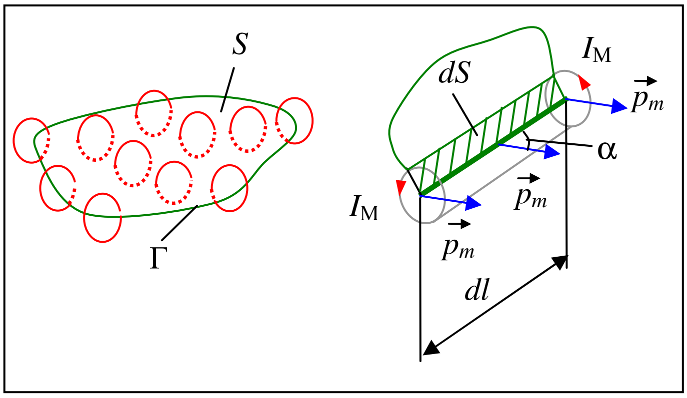
Для характеристики магнитных свойств вещества введён вектор намагниченности вещества – усреднённый суммарный магнитный момент единицы (физически малого) объёма

$$\vec{J} = \frac{\sum\limits_{\Delta V} \vec{p}_m}{\Delta V},$$

единицы измерения величины намагниченности – А/м (Ампер/метр).

Рассмотрим в веществе теорему о циркуляции $rot\left(\vec{B}\right) = \mu_0 \vec{j}_\Sigma$. Суммарное магнитное поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ создаётся суммарной плотностью тока – векторной суммой микроскопических (атомарных и молекулярных) токов и макроскопических токов (вызванных переносом сторонних зарядов – их называют *токами проводимости* или сторонними токами) $\vec{j}_\Sigma = \vec{j}_M + \vec{j}_{CT}$.

Так как $rot\left(\vec{B}_0\right) = \mu_0 \vec{j}_{CT}$ и $rot\left(\vec{B}'\right) = \mu_0 \vec{j}_M$, то из выражения $rot\left(\vec{B}\right) = \mu_0\left(\vec{j}_M + \vec{j}_{CT}\right)$ следует, что для определения магнитной индукции в веществе, надо знак плотность молекулярных токов.



Выделим внутри вещества (магнетика) какую-то ориентированную (незамкнутую) поверхность S и найдем поток плотности молекулярного тока через эту поверхность $\Phi_{j\_M} = \iint_S \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right)$. Те молекулярные токи, которые не охватывают край этой поверхности, будут пронизывать эту поверхность дважды – в прямом и обратном направлении, поэтому их вклад в поток равен нулю $\iint_{S_{ВНУТР}} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) = 0$.

Для рассмотрения потока от токов, охватывающих край, выделим настолько малую часть поверхности с примыкающим краем, чтобы все молекулярные токи, которые охватывают край можно было считать одинаково ориентированными. Пусть длина граничной линии этой части равна dl. Предположим, что векторы магнитных моментов молекулярных токов направлены под углом α к этой части граничной линии. Выделим косой цилиндр, осью которого является часть граничной линии, а основанием – молекулярный круговой ток, площадь контура которого S_M. Этот цилиндр отсекает от поверхности S кусок, площадь которого dS. Тогда поток плотности молекулярного тока через этот кусок dS равен суммарному молекулярному току всех круговых токов, попавших в цилиндр

$$\Phi_{j\_M} = \iint_{dS} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) \approx \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) = \sum_{ЦИЛИНДР} I_M .$$

Объём цилиндра $V = S_M dl \cos\alpha$, сумма проекций векторов магнитных моментов на ось цилиндра $\sum_{ЦИЛИНДР} p_m \cos\alpha = \sum_{ЦИЛИНДР} I_M S_M \cos\alpha = S_M \cos\alpha \sum_{ЦИЛИНДР} I_M$. Так как $\vec{J} = \dfrac{\sum_V \vec{p}_m}{V}$, то

$$J\cos\alpha = \frac{\sum_V p_m \cos\alpha}{V} = \frac{S_M \cos\alpha \sum_{ЦИЛИНДР} I_M}{S_M dl \cos\alpha} = \frac{1}{dl} \sum_{ЦИЛИНДР} I_M .$$

Поэтому вблизи края поверхности можно записать равенство

$$Jdl\cos\alpha = \sum_{ЦИЛИНДР} I_M = \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) \text{ или } \left(\vec{J}, d\vec{l}\right) = \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right),$$

где dS – часть поверхности вблизи края. Соответственно, вдоль всего её края Γ

$$\oint \left(\vec{J}, d\vec{l}\right) = \iint_{S_{КРАЙ}} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right)$$

Но всю поверхность S можно разбить на две части $S = S_{КРАЙ} + S_{ВНУТР}$. Так как $\iint\limits_{S_{ВНУТР}} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) = 0$,

то можно записать равенство

$$\oint \left(\vec{J}, d\vec{l}\right) = \iint\limits_{S_{КРАЙ}} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) + \iint\limits_{S_{ВНУТР}} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right) = \iint\limits_{S} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right)$$

т.е. циркуляция вектора намагниченности вдоль края любой ориентированной поверхности внутри магнетика равна потоку плотности молекулярного тока через эту поверхность.

Используя теорему Стокса $\oint \left(\vec{J}, d\vec{l}\right) = \iint\limits_{S} \left(rot\left(\vec{J}\right), d\vec{S}\right)$ можно переписать это равенство в виде

$$\iint\limits_{S} \left(rot\left(\vec{J}\right), d\vec{S}\right) = \iint\limits_{S} \left(\vec{j}_M, d\vec{S}\right)$$

откуда следует дифференциальная форма теоремы о циркуляции

$$rot\left(\vec{J}\right) = \vec{j}_M .$$

Подставив это соотношение в равенство $rot\left(\vec{B}\right) = \mu_0 \left(\vec{j}_M + \vec{j}_{CT}\right)$, получим

$$rot\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}\right) = rot\left(\vec{J}\right) + \vec{j}_{CT} \text{ или } rot\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) = \vec{j}_{CT} .$$

Ведём вектор напряжённости магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

(единицы измерения А/м (Ампер/метр)), тогда для вектора напряжённости магнитного поля получаем теорему *о циркуляции (в дифференциальной форме) вектора напряженности магнитного поля*

$$rot\left(\vec{H}\right) = \vec{j}_{CT}$$

откуда можно получить теорему в интегральной форме. Пусть $\sum\limits_k I_{CT\_k} = \iint\limits_{S} \left(\vec{j}_{CT}, d\vec{S}\right)$ - алгебраическая сумма сторонних токов (токов проводимости), пронизывающих некоторую незамкнутую ориентированную поверхность внутри магнетика, тогда

$$\oint\limits_{\Gamma} \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \sum\limits_k I_{CT\_k} ,$$

т.е. циркуляция вектора напряжённости магнитного поля вдоль края любой ориентированной поверхности внутри магнетика равна алгебраической сумме токов проводимости через эту поверхность.

Правило знаков для тока остаётся прежним: если направление тока через площадку составляет с вектором нормали к площадке угол меньший прямого, то знак положительный, если больше – то отрицательный.

В однородном изотропном магнетике (для слабых полей) векторы намагниченности и напряжённости совпадают по направлению

$$\vec{J}=\chi\vec{H},$$

безразмерный коэффициент χ называется магнитная восприимчивость вещества.

Поэтому выражение $\vec{H}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{J}$ в однородном изотропном магнетике можно записать в виде

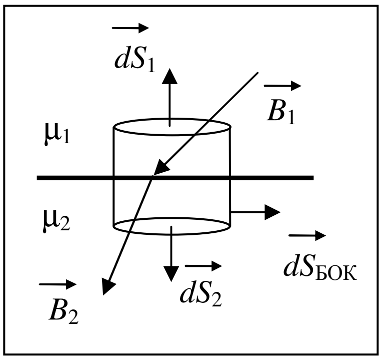
$$\vec{B}=\mu_0\left(\vec{H}+\vec{J}\right)=\mu_0\left(\vec{H}+\chi\vec{H}\right)=\mu_0\left(1+\chi\right)\vec{H}$$

Величина $\mu=1+\chi$ называется относительная магнитная проницаемость вещества.

Поэтому в однородном изотропном магнетике

$$\vec{B}=\mu_0\mu\vec{H}.$$

Соотношения для векторов магнитного поля на границе раздела магнетиков.



Рассмотрим плоскую границу раздела двух магнетиков, с обеих сторон от которой магнитное поле можно считать однородным. По теореме Гаусса для магнитного поля

$$\oiint_S\left(\vec{B},d\vec{S}\right)=0$$

В качестве поверхности S возьмём прямой цилиндр, основания которого параллельны границе, и граница делит этот цилиндр пополам. Тогда

$$\oiint_S\left(\vec{B},d\vec{S}\right)=\iint_{S_1}\left(\vec{B},d\vec{S}\right)+\iint_{S_2}\left(\vec{B},d\vec{S}\right)+\iint_{S_{БОК}}\left(\vec{B},d\vec{S}\right)=0.$$

При стягивании цилиндра к границе $\iint_{S_{БОК}}\left(\vec{B},d\vec{S}\right)\to 0$, поэтому

$$\oiint_S\left(\vec{B},d\vec{S}\right)\to\left(B_{2n}-B_{1n}\right)S_{ОСН}=0$$

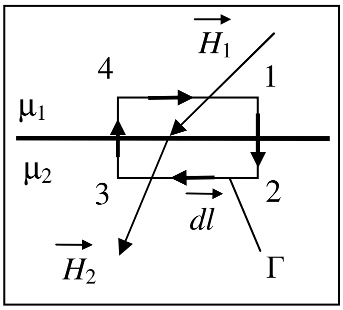
Таким образом, на границе должно выполняться соотношение

$$B_{2n}=B_{1n}$$

при переходе через границу раздела магнетиков нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля не изменяется.

Теперь воспользуемся теоремой о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля

$$\oint_{\Gamma}\left(\vec{H},d\vec{l}\right)=\sum_{k} I_{CT\_k}.$$



В качестве замкнутой траектории рассмотрим прямоугольник, две стороны которого параллельны границе раздела магнетиков, и граница делит прямоугольник пополам. Выбираем направление в контуре обхода по часовой стрелке. Тогда

$$\oint_{\Gamma}\left(\vec{H},d\vec{l}\right)=\int_1^2\left(\vec{H},d\vec{l}\right)+\int_2^3\left(\vec{H},d\vec{l}\right)+\int_3^4\left(\vec{H},d\vec{l}\right)+\int_4^1\left(\vec{H},d\vec{l}\right)=\sum_{k} I_{CT\_k}$$

При стягивании контура к границе $\int_2^3\left(\vec{H},d\vec{l}\right)\to 0$ и $\int_4^1\left(\vec{H},d\vec{l}\right)\to 0$, поэтому

$$\oint_{\Gamma}\left(\vec{H},d\vec{l}\right)\to\left(H_{2t}-H_{1t}\right)l=\sum_{k} I_{CT\_k}$$

где l – длина контура вдоль границы раздела магнетиков.

Поэтому $H_{1t}-H_{2t}=\dfrac{\sum_k I_{CT\_k}}{l}$. Если ввести суммарную линейную плотность тока на границе раздела магнетиков $i_{ПОВ}=\dfrac{\sum_k I_{CT\_k}}{l}$, то

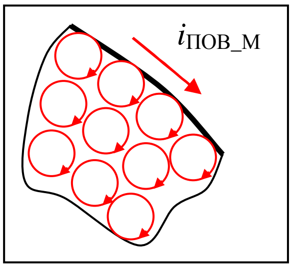
$$H_{2t}-H_{1t}=i_{ПОВ}$$

Изменение величины касательной проекции вектора напряженности магнитного поля при переходе через границу равно линейной плотности токов проводимости на границе.

Если ток проводимости на границе раздела магнетиков отсутствует $i_{ПОВ}=0$, то

$$H_{1t}=H_{2t}$$

т.е. при переходе через границу раздела магнетиков (при отсутствии тока) касательная составляющая вектора напряжённости магнитного поля остаётся неизменной.



По аналогии можно написать для вектора намагниченности

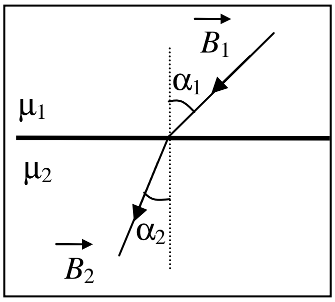
$$J_{2t}-J_{1t}=i_{ПОВ\_М}$$

при переходе через границу раздела магнетиков изменение величины касательной составляющая вектора намагниченности магнитного поля остаётся равно поверхностной плотности молекулярных токов.

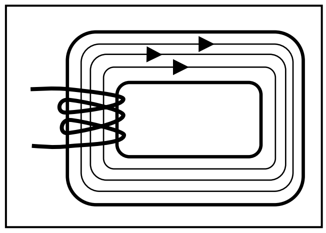
Внутри магнетика суммарный молекулярный ток через любую поверхность равен нулю. Но на границе магнетика токи не «компенсируют» друг друга, поэтому появится поверхностный ток.

Рассмотрим преломление силовых линий на границе раздела

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}=\frac{B_{2t}}{B_{2n}}\frac{B_{1n}}{B_{1t}}=\frac{B_{2t}}{B_{1t}}\frac{B_{1n}}{B_{2n}}=\frac{\mu_0\mu_2 H_{2t}}{\mu_0\mu_1 H_{1t}}\frac{B_{1n}}{B_{2n}}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$$



силовые линии больше отклоняются от нормали со стороны магнетика с большей магнитной проницаемостью. В этом смысле говорят, что магнетики с большей магнитной проницаемостью конденсируют магнитное поле. На этом явлении основан принцип применения магнитопроводов. Если в замкнутый контуре, выполненным из магнетика с большим μ, создать магнитное поле (например, с помощью катушки с током), то силовые линии магнитного поля практически не выйдут из контура.



Аналогия между векторами электростатического и магнитного полей

Рассмотрим уравнения $\oiint\limits_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = q$, $\oiint\limits_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0$, $\oint\limits_\Gamma \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = 0$, $\oint\limits_\Gamma \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = I$,

$D_{1n} = D_{2n}$, $B_{1n} = B_{2n}$, $E_{1t} = E_{2t}$, $H_{1t} = H_{2t}$, $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

Из них следует аналогия между векторами

$\vec{D}$ - электрического смещения (или электрической индукции) и $\vec{B}$ - магнитной индукции,

напряженностями полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

Но силовыми характеристиками полей являются только $\vec{E}$ и $\vec{B}$. Остальные два вектора имеют «вспомогательный» смысл, но их введение позволяет записывать уравнения в симметричном виде.

Магнитные свойства магнетиков.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что все магнетики можно (условно) разделить на три группы.

1) Диамагнетики – это магнетики, у которых магнитная восприимчивость принимает отрицательные значения, но при этом выполняется $0 < \mu = 1 + \chi < 1$.

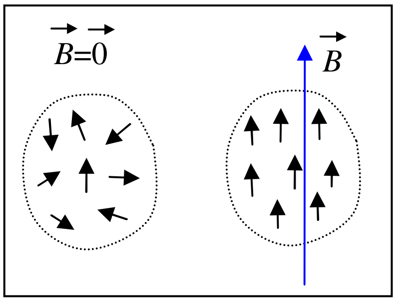
Так как $\vec{J} = \chi \vec{H} = \chi \left(\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right)$, откуда $\vec{J} = \dfrac{\chi}{1+\chi} \cdot \dfrac{\vec{B}}{\mu_0}$, то у диамагнетиков вектор намагниченности направлен против вектора индукции магнитного поля.

Диамагнетики выталкиваются из области сильного магнитного поля.

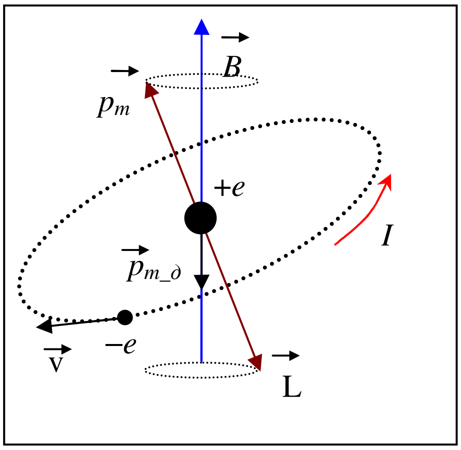
2) Парамагнетики – магнетики, у которых у которых магнитная восприимчивость положительна, но не принимает больших значений. Вектор намагниченности сонаправлен с вектором индукции.

3) Ферромагнетики – вещества, магнитная проницаемость которых достигает больших значений (тысячи и более). Намагниченность ферромагнетиков зависит от их предыдущего состояния (гистерезис).

Физическая природа диа- и парамагнетизма.



Согласно гипотезе Ампера магнитные свойства вещества обусловлены микроскопическими токами, циркулирующими внутри вещества. По классическим представлениям эти токи создаются движущимися зарядами в атомах. Классическое рассмотрение позволяет качественно объяснить магнитные свойства вещества без значительного усложнения модели, поэтому будем считать, что точечный отрицательно заряженный электрон движется по круговой орбите вокруг ядра. Это приводит к появлению кругового тока, положительное направление которого противоположно направлению движения электрона. В магнитном поле магнитные моменты микроскопических токов ориентируются преимущественно вдоль силовой линии магнитного поля. На магнитный момент микроскопических токов в магнитном поле действует момент сил, поэтому орбита электрона начнет прецессировать, и появится дополнительный вектор магнитного момента $\vec{p}_{m\_д}$, направленный против вектора индукции $\vec{B}$.



Таким образом, при внесении атома в магнитного поле, у него появится дополнительный магнитный момент.

Если в отсутствии магнитного поля суммарный магнитный момент атома (сумма момента электронов и ядра) был нулевым, то после внесения в магнитное поле появившийся магнитный момент будет направлен против вектора индукции внешнего поля. Следовательно, и вектор намагниченности малого объёма – тоже. Такие вещества относятся к классу диамагнетиков.

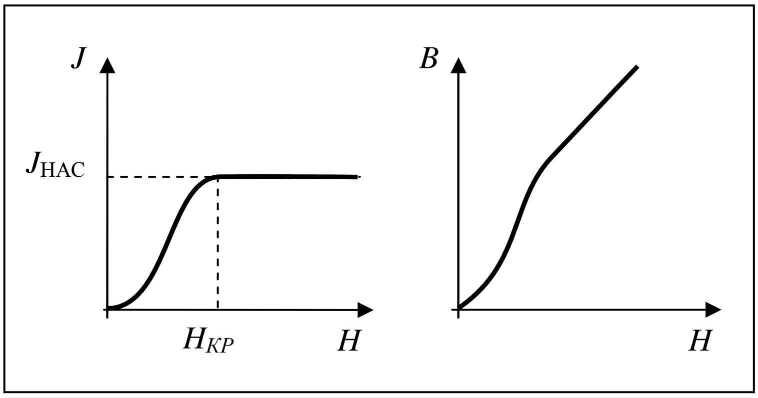
Если в отсутствии магнитного поля суммарный магнитный момент атома был ненулевым, то после внесения суммарный момент ориентируется вдоль силовой линии внешнего поля. Следовательно, вектор намагниченности будет направлен по вектору индукции. Такие вещества относятся к классу парамагнетиков. Для парамагнетиков магнитная восприимчивость зависит от температуры по закону Кюри

$$\chi = \frac{C}{T},$$

C – постоянная Кюри, зависящая от рода вещества, T – температура.

Ферромагнетики – вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Типичный представитель – железо (а также никель, кобальт и сплавы на их основе). Величина намагниченности ферромагнетиков значительно превосходит намагниченность диа- и парамагнетиков.

У ферромагнетиков состояние намагниченности зависит от предыдущего состояния. Это явление называется магнитный *гистерезис* (от греческого слова, означающего «отстающий»).



При магнитном гистерезисе вектор намагничивания и вектор напряженности магнитного поля в веществе зависит не только от приложенного внешнего поля, но и от предыстории данного образца. Именно магнитным гистерезисом объясняется существование постоянных магнитов.

Пусть начальное намагничивание в ферромагнетике отсутствовало. Тогда при увеличении напряженности магнитного поля намагниченность начинает нелинейно возрастать до некоторой величины – значения насыщения намагниченности.

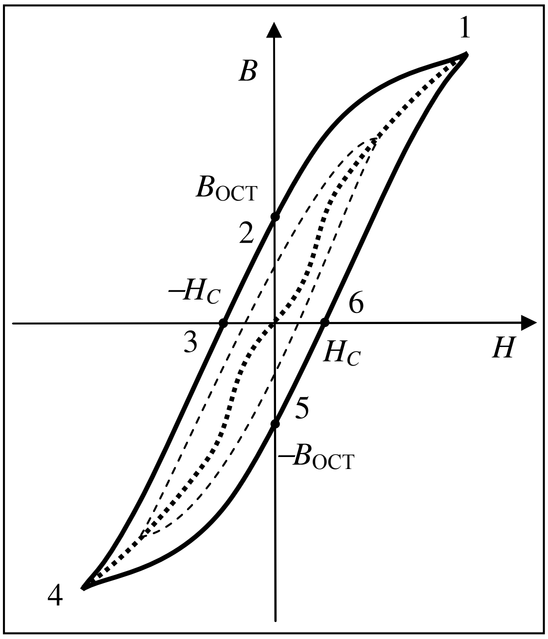
Следовательно, магнитная восприимчивость для ферромагнетиков зависит от величины напряжённости $\chi = \frac{J}{H}$. При увеличении H величина χ стремится к нулю.

Суммарная индукция в веществе

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{J} \right)$$

тоже будет нелинейно зависеть от напряженности пока у намагниченности не наступит насыщения.

Рассмотрим процесс, в котором напряженность магнитного циклически изменяется. Если сначала намагничивания не было, то величина индукции поля увеличивается, например, до точки 1 по основной кривой намагничивания. Далее, при уменьшении напряжённости зависимость



$B(H)$ изображается кривой 1-2-3-4. Точке 2 соответствует нулевая напряжённость внешнего магнитного поля, но при этом у вещества наблюдается остаточное магнитное поле величина индукции которого $B_{ОСТ}$. Образец магнетика становится постоянным магнитом. Для размагничивания образца потребуется создать магнитное поле (точка 3), вектор напряженности которого направлен в противоположном направлении вектору в состоянии 1. Величина такой напряженности называется *коэрцитивной силой* H_C. При дальнейшем увеличении напряженности индукция нелинейно возрастает до выхода на кривую насыщения (точка 4). Уменьшение напряженности приводит к зависимости $B(H)$, соответствующему участку кривой 4-5-6-1.

Таким образом, намагничивание ферромагнетика зависит от его предыдущего состояния (предыстории), поэтому зависимость $B(H)$ неоднозначная. Следовательно, у ферромагнетиков понятие магнитной проницаемости относится только к основной кривой намагничивания.

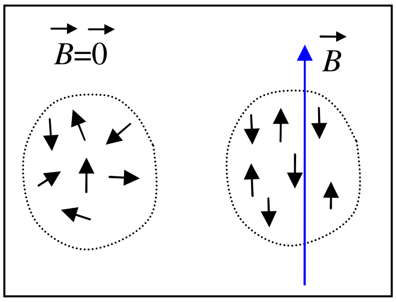
Замкнутая кривая $B(H)$ называется петлёй гистерезиса. Если крайние точки находятся на кривой насыщения, то петля называется предельной (максимальной).

Интеграл $A = \oint\limits_{ПЕТЛЯ} BdH$ равен работе, затрачиваемой на перемагничивание ферромагнетика за полный цикл изменения напряженности магнитного поля.

Явление гистерезиса объясняется наличием у ферромагнетиков особых областей - доменов. В каждом домене, даже в отсутствие внешнего поля, магнитные моменты атомы ориентированы одинаково благодаря обменному взаимодействию и наблюдается спонтанное намагничивание вещества до состояния насыщения. Размеры доменов порядка микрометра ($\sim 10^{-6}$ м). При отсутствии намагниченности результирующие магнитные моменты каждого ориентированы хаотически, поэтому в целом намагниченность равна нулю. При наличии внешнего поля происходит ориентация доменов вдоль направления поля, в результате чего размеры областей спонтанного намагничивания начинают меняться – одни, направление моментов в которых совпадает с направлением поля, увеличиваются, другие уменьшаются. Этот процесс протекает необратимым образом, что является причиной гистерезиса.

Для ферромагнетиков существует температура, которая называется точкой Кюри, при которой они теряют ферромагнитные свойства и становятся парамагнетиками. Для железа T_C=1043 К, для Никеля T_C=627 К. При $T>T_C$ магнитная восприимчивость зависит от температуры по закону Кюри-Вейса $\chi = \frac{C}{T - T_C}$.

Замечание. 1) *Антиферромагнетизм* - это одно из магнитных состояний вещества, при котором магнитные моменты микроскопических токов вещества ориентированы навстречу друг другу (антипараллельно), и поэтому намагниченность тела в целом очень мала. Этим антиферромагнетизм отличается от ферромагнетизма. Точка Неля – температура T_N, выше которой антиферромагнетик теряет свои свойства. Например, для химических соединений



FeO T_N=190 K, а у NiO T_N=650 K.

2) *Ферриты* - химические соединения оксида железа Fe_2O_3 с оксидами других металлов, обладающие уникальными магнитными свойствами, сочетающие высокую намагниченность и по-

лупроводниковые или диэлектрические свойства, благодаря чему они получили широкое применение как магнитные материалы в радиотехнике, радиоэлектронике. Из-за уникального сочетания высоких магнитных свойств и низкой электропроводности ферриты не имеют конкурентов среди других магнитных материалов в технике высоких частот (более 100 кГц).